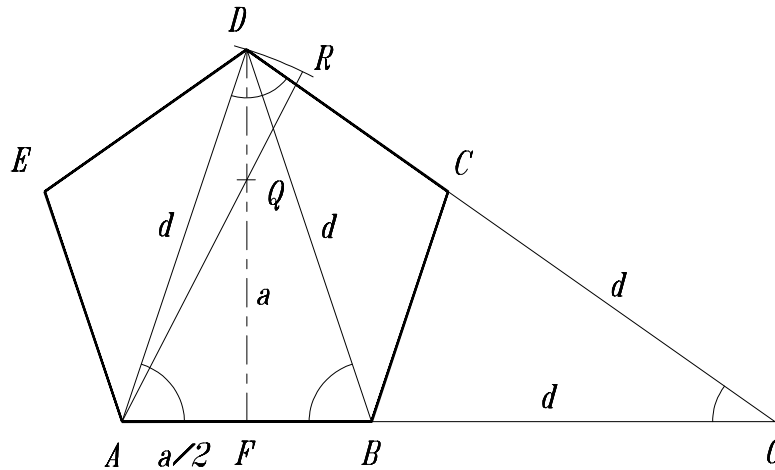


Szabályos ötszög szerkesztése adott oldalhosszúság esetén

Adott a oldalhosszának ismeretében a szabályos ötszög megszerkeszthető, ha meghatározzuk egy átlójának d hosszát. Az 1. ábra jelölései alapján az $ABCDE$ szabályos ötszög $d(AD)$ átlója hosszának megszerkesztéséhez az AB és DC oldalait hosszabbítsuk meg, s a metszéspontjuk legyen G . Az ADG háromszög különleges egyenlőszárú háromszög, amelyben az A -nál és D -nél fekvő szögek egyenlők, mindkettő 72° -os. A D csúcsnál lévő szöget megfelelően a BD szakasz úgy vágja ketté az ADG háromszöget, hogy az ABD háromszög szintén egyenlőszárú és hasonló az eredetihez, továbbá a bennük lévő a és d oldalhosszakra teljesül az aranymetszés (*).



1. ábra

Az ADG és ABD háromszögek hasonlósága miatt az a és d szakasz hossza aranymetszésnek megfelelő arányt képez:

$$a : d = d : (a+d), \quad (1)$$

amelyből $d^2 - ad - a^2 = 0.$ (2)

Ennek a másodfokú egyenletnek geometriailag alkalmas pozitív megoldása a szabályos ötszög átlójának hossza:

$$d = (a/2)(1 + \sqrt{5}). \quad (3)$$

(**Aranymetszésnek nevezzük** egy szakasznak két olyan szeletre vágását, amikor a hosszúságokra az teljesül, hogy a kisebb szelet úgy aránylik a nagyobbhoz, mint a nagyobb a teljes szakaszhoz.

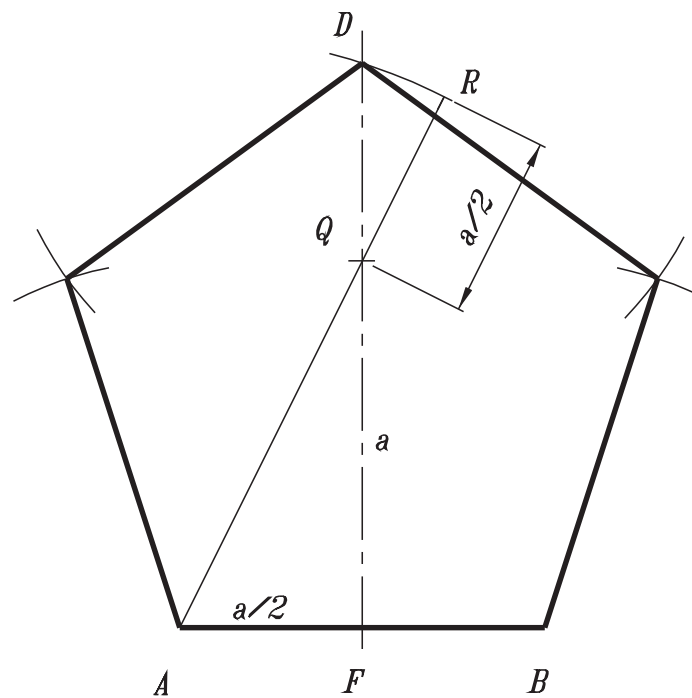
Másképpen: két szakasz esetében a hosszúságaikra nézve a rövidebb úgy aránylik a hosszabbhoz, mint a hosszabb a kettő összegéhez. *)

A szerkesztés elvégzését tekintjük át a **2. ábrán**.

- 1) Vegyük fel az adott a hosszúságú **AB** szakaszt! Ehhez szerkesszük meg az **AFQ** derékszögű háromszöget, amelynek befogói

$$|\mathbf{AF}| = a/2, \quad |\mathbf{FQ}| = a, \quad \text{az átfogója} \quad |\mathbf{AQ}| = a\sqrt{5}/2.$$

- 2) Az **AQ** átfogó félegyenesén **AQ** = $a\sqrt{5}/2$ és **QR** = $a/2$ hosszúságú szakaszok összegeként kapjuk a szabályos ötszög átlójának **d** = **AR** hosszát.
- 3) Az **AB** szakasz felezőmerőlegeséből az **A** középpontú **AR** sugarú kör metszi ki a szabályos ötszög **D** csúcsát.
- 4) Végül a meglévő csúcsok körül rajzolt a sugarú körvek metszéseiként kapjuk a szabályos ötszög hiányzó csúcsait.



2. ábra